

Roll No

[2]

BT-1002 (CBGS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, November 2018

Choice Based Grading System (CBGS)**Mathematics - I***Time : Three Hours**Maximum Marks : 70***Note:** i) Attempt any five questions out of eight.

आठ में से किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^3 - 12x$ in the interval $[0, 2\sqrt{3}]$.अन्तराल $[0, 2\sqrt{3}]$ में रोले की प्रमेय को फलन $f(x) = x^3 - 12x$ के लिए सत्यापित कीजिए।b) Find the equation of tangent and normal at the point 't' on the curve $x = a \cos^3 t$; $y = a \sin^3 t$ वक्र $x = a \cos^3 t$; $y = a \sin^3 t$ के बिंदु 't' पर स्पर्श रेखा व अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

2. a) Evaluate the following:

निम्न का मान ज्ञात कीजिए।

i) $\int \frac{x^3}{1+x^8} dx$

ii) $\int x \sin^{-1} x dx$

b) Evaluate the following.

निम्न का मान ज्ञात कीजिये।

i) $D^n (e^{ax})$

ii) $D^n (x^n)$

3. a) Expand $f(x) = e^x$ in Maclaurin series.फलन $f(x) = e^x$ का मैक्लारिन श्रेणी में प्रसार कीजिए।

b) Discuss the maxima and minima of the function

$u = x^3 y^2 (1 - x - y)$.

फलन $u = x^3 y^2 (1 - x - y)$ के उच्चतम व निम्नतम मानों की विवेचना कीजिए।4. a) Find radius of curvature for the curve $x^2 + y^2 = a^2$.वक्र $x^2 + y^2 = a^2$ की वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।b) If $u = \log\left(\frac{x^4 + y^4}{x + y}\right)$, show that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3$ यदि $u = \log\left(\frac{x^4 + y^4}{x + y}\right)$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3$

5. a) If $x^x y^y z^z = c$ then show that

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1} \text{ for } x = y = z.$$

यदि $x^x y^y z^z = c$ हो तो $x = y = z$ के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

- b) Evaluate

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\} \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

6. a) Prove that $n\sqrt{n} = \sqrt{(n+1)}$, $n > 0$.

सिद्ध कीजिए कि $n\sqrt{n} = \sqrt{(n+1)}$, $n > 0$

- b) Prove that $B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$, $(m, n > 0)$

सिद्ध कीजिए कि $B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}}$, $(m, n > 0)$

7. a) Express the integral $\int_0^1 x^m (1-x^n)^p dx$ in terms of Gamma function.

समाकलन $\int_0^1 x^m (1-x^n)^p dx$ को गामा फलन के पदों में व्यक्त कीजिए।

- b) Evaluate $\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy$.

$\int_0^2 \int_0^1 (x^2 + y^2) dx dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

8. a) Evaluate $\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y+2z) dx dy dz$.

$\int_0^2 \int_0^x \int_0^{x+y} e^x (y+2z) dx dy dz$ का मान ज्ञात कीजिए।

- b) Evaluate $\iint_R e^{2x+3y} dx dy$ where R is the region bounded by $x=0$, $y=0$ and $x+y=1$.

समाकलन $\iint_R e^{2x+3y} dx dy$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ R, $x=0$, $y=0$ तथा $x+y=1$ से परिबद्ध एक क्षेत्र है।
